

## Diastasis and geometry of complex submanifolds

著者	Umehara Masaaki
内容記述	Thesis (Ph.D. in Science)--University of Tsukuba, (B), no. 716, 1991.10.31
発行年	1991
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/4908">http://hdl.handle.net/2241/4908</a>

氏 名(本 籍)	うめ はら まさ あき 梅 原 雅 顕 (宮 城 県)			
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)			
学 位 記 番 号	博 乙 第 716 号			
学位授与年月日	平成 3 年 10 月 31 日			
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当			
審 査 研 究 科	数 学 研 究 科			
学 位 論 文 題 目	Diastasis and Geometry of complex submanifolds (ダイアスタシスと複素部分多様体の幾何)			
主 査	筑波大学教授	理学博士	高 橋 恒 郎	
副 査	筑波大学教授	理学博士	佐々木 建 昭	
副 査	筑波大学教授	理学博士	杉 浦 成 昭	
副 査	筑波大学教授	理学博士	中 川 久 雄	

## 論 文 の 要 旨

1953年にE. Calabiが実解析的Kähler多様体にdiastasisという概念を導入しそれを用いて複素空間形のKähler部分多様体の剛性を示し、また複素空間形の複素空間形への正則等長はめこみをすべて決定した。本論文においてはこのCalabiによるdiastasisの概念を退化不定値Kähler計量にまで拡張することによって次のような結果が得られている。

定理 1 複素空間形の三つのタイプである複素双曲型空間、複素ユークリッド空間、複素射影空間のどの二つも共通のKähler部分多様体は存在しない。

この結果はCalabiによる結果「複素空間形はタイプの異なる複素空間形のKähler部分多様体にはなり得ない」をより強くしたものである。

定理 2 正則断面曲率が非正である複素空間形のEinstein Kähler部分多様体は全測地的である。

この結果によって、複素双曲型空間と複素ユークリッド空間のEinstein Kähler部分多様体が完全に決定される。

不定値Kähler計量に関しては次の剛性に関する結果が得られている。 $\widetilde{M}_S^N(c)$ で正則断面曲率 $c$ かつ指数 $2s$ の $N$ 次元不定値複素空間形を表わすものとする。

定理 3  $M$ を複素多様体とし、 $\varphi_i: M \rightarrow \widetilde{M}_S^N(c)$  ( $i = 1, 2$ )を二つの正則写像で以下の条件を満たすものとする。

- (1)  $\varphi_i(M)$  ( $i = 1, 2$ )は、 $\widetilde{M}_S^N(c)$ のいかなる超平面にも含まれない。
- (2)  $g_i$ を $\widetilde{M}_S^N(c)$ の不定値Kähler計量としたとき $\varphi_1^* g_1 = \varphi_2^* g_2$

このとき  $N_1 = N_2 (=N)$ ,  $s_1 = s_2 (=s)$  となり  $\tilde{M}_S^N(c)$  の等長変換で一致する。

この結果は Calabi の剛性定理より一般的である。

## 審 査 の 要 旨

E. Calabi によって Kähler 多様体に対して導入された diastasis なる概念は距離の概念に近いものであり (diastasis とはギリシャ語で距離を意味するそうである), 実際複素ユークリッド空間の場合は距離の自乗になっている。Calabi はこの diastasis を用いて複素空間形の Kähler 部分多様体でまた複素空間形になっているものを研究し, その剛性と, 複素空間形は同じタイプの複素空間形しか Kähler 部分多様体として含まないことを示した。この結果は, 実の空間形には見られない性質で極めて注目すべき結果であった。diastasis はこのほかにも Kähler 多様体の最小軌跡の研究にも用いられるなど Kähler 多様体の研究に大いに役に立つ概念であると思われるのであるが Calabi 以後最近まで余り目立った研究はなされなかった。最近になって diastasis に関するいくつかの論文が発表された。本論文はその中でも極めて注目に値する論文である。

本論文において著者は Calabi による diastasis をより一般な場合, すなわち退化不定値の Kähler 計量の場合にまで拡張し, semi-Kähler 多様体の研究にも diastasis を使うことが出来るようにした。これは今後の semi-Kähler 多様体の研究に大きな影響を与えるものと思われる。

微分幾何学における部分多様体の研究は通常第二基本テンソル中心にテンソル計算等を用いて行われる。その多くの場合, 部分多様体の余次元がかかわってくるが, 本論文の diastasis を使ったために余次元に関係しない結果が得られている。また, Calabi が diastasis を用いて得られた結果を別な観点から見直し新しい手法によって拡張し, さらに Einstein Kähler 部分多様体が全測地的なものしか存在しないなど画期的な新結果が得られている。

よって, 著者は博士 (理学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。